

الجزء الأول: (12 نقطة)

التمرين الأول: (03 نقاط)

(1) احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 696 و 406 مع كتابة مراحل الحساب.

(2) اكتب $\frac{696}{406}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال.

(3) احسب العدد P حيث $P = \frac{696}{406} - \frac{3}{7} \times \frac{5}{2}$

التمرين الثاني: (03,5 نقطة)

تعطى العبارة: $F = (2x - 3)^2 - 16$

(1) تحقق بالنشر أن: $F = 4x^2 - 12x - 7$

(2) حلل F إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.

(3) حل المعادلة: $(2x - 7)(2x + 1) = 0$

(4) احسب F من أجل $x = 1 + \sqrt{2}$ واكتب النتيجة على الشكل $a + b\sqrt{2}$ حيث a و b عدنان نسبيين.

التمرين الثالث: (03 نقاط)

في الشكل المقابل الأطوال وأقياس الزوايا غير حقيقية.

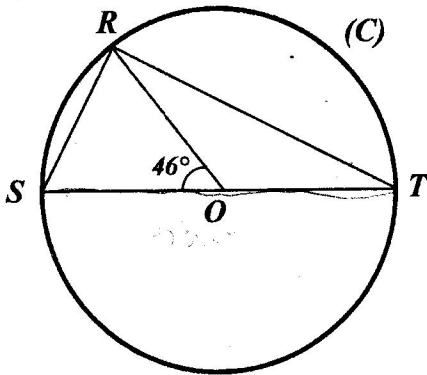
(C) دائرة مركزها O وقطرها $ST = 9 \text{ cm}$

R نقطة من هذه الدائرة حيث $\widehat{SOR} = 46^\circ$

(1) بين أن: $\widehat{STR} = 23^\circ$

(2) المثلث SRT قائم في R ، علّل.

(3) احسب الطول RS بالتدوير إلى $0,01$.



التمرين الرابع: (02,5 نقطة)

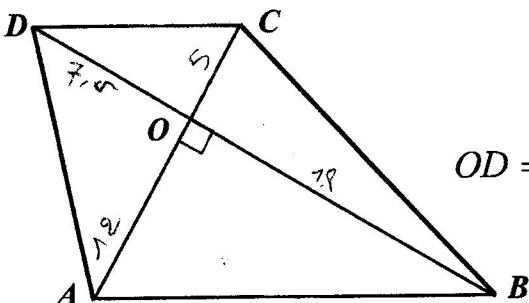
الشكل المقابل مرسوم بأطوال غير حقيقية.

$ABCD$ رباعي قطراه متعامدان ومتقاطعان في O حيث:

$OD = 7,5 \text{ cm}$ ، $OC = 5 \text{ cm}$ ، $OB = 18 \text{ cm}$ ، $OA = 12 \text{ cm}$

(1) برهن أن المستقيمين (AB) و (CD) متوازيان.

(2) احسب الطول AB :



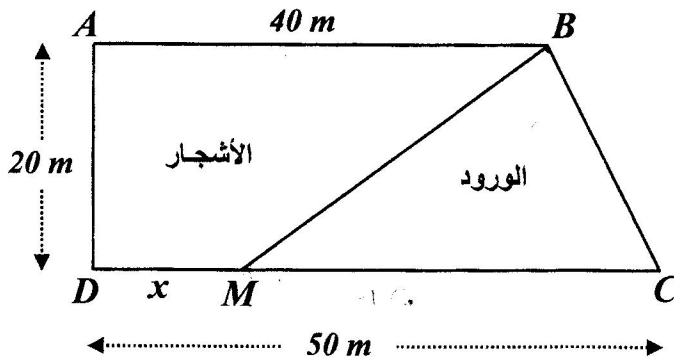
الجزء الثاني: (08 نقاط)

المسألة:

(I) لِعَمِّي أحمد قطعة أرض مستطيلة الشكل مساحتها $1000m^2$ ، عرضها خمسي $\left(\frac{2}{5}\right)$ طولها.

- أوجد بُعْدِي هذه القطعة.

(II) تنازل عَمِّي أحمد لأخيه عن جزء من هذه القطعة مساحته $100m^2$ وخصّص الجزء الباقي منها لاستغلاله مشتلًا للورود والأشجار. لهذا الغرض قسّم هذا الجزء عشوائيًا إلى قطعتين كما هو موضح في الشكل:



نضع: $DM = x$ (نقطة M من $[DC]$ مع $0 \leq x \leq 50$).

لتكن $f(x)$ مساحة المثلث BCM و $g(x)$ مساحة القطعة $ABMD$.

(1) أ- عبّر عن $f(x)$ و $g(x)$ بدلالة x .

ب- ساعد عَمِّي أحمد لإيجاد الطول DM حتى تكون لقطعتي الأرض نفس المساحة.

(2) أ- في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

- ممثّل بيانيًا الدالتين: $f(x) = 500 - 10x$ ، $g(x) = 10x + 400$

نأخذ: 1 cm على محور الفواصل يمثّل 2 m

1 cm على محور الترتيب يمثّل 50 m^2

ب- فسّر بيانيًا مساعدتك السابقة لِعَمِّي أحمد، مع تحديد قيمة المساحة في هذه الحالة.

الإجابة النموذجية لموضوع امتحان: شهادة التعليم المتوسط دورة: جوان 2015

اختبار مادة: الرياضيات المدة: ساعتان

العلامة		عناصر الإجابة	الرقم
مج	مجزأة		
03	01	(1) حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين 696 و 406 و كتابة مراحل الحساب: $696 = 406 \times 1 + 290$ $406 = 290 \times 1 + 116$ $290 = 116 \times 2 + 58$ $116 = 58 \times 2 + 0$	التمرين الأول
	0,50	العدد 58 هو القاسم المشترك الأكبر للعددين 696 و 406	
	0,50	(2) كتابة $\frac{696}{406}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال: $\frac{696}{406} = \frac{696:58}{406:58} = \frac{12}{7}$	
	0,25	(3) حساب العدد P حيث $P = \frac{696}{406} - \frac{3}{7} \times \frac{5}{2}$	
	0,50	$P = \frac{12}{7} - \frac{3}{7} \times \frac{5}{2}$	
	0,25	$P = \frac{24}{14} - \frac{15}{14}$ $P = \frac{9}{14}$	
03,5	0,50	(1) التحقق بالنشر أن: $F = 4x^2 - 12x - 7$ $F = (2x - 3)^2 - 16$ $= [(2x)^2 + 3^2 - 2 \times 2x \times 3] - 16$ $= 4x^2 + 9 - 12x - 16$ $= 4x^2 - 12x - 7$	التمرين الثاني
	0,25	(2) تحليل F إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى: $F = (2x - 3)^2 - 16$ $= (2x - 3)^2 - 4^2$ $= [(2x - 3) + 4] \times [(2x - 3) - 4]$ $= (2x + 1)(2x - 7)$	
	0,25	(3) حل المعادلة $(2x - 7)(2x + 1) = 0$ $2x - 7 = 0$ أو $2x + 1 = 0$ معناه $(2x - 7)(2x + 1) = 0$ و منه: $x = \frac{7}{2}$ أو $x = -\frac{1}{2}$ وبالتالي للمعادلة حلان هما $\frac{7}{2}$ و $-\frac{1}{2}$	
	0,50	(4) حساب F من أجل $x = 1 + \sqrt{2}$ و كتابة النتيجة على الشكل $a + b\sqrt{2}$ $F = 4(1 + \sqrt{2})^2 - 12(1 + \sqrt{2}) - 7$ $= 4(1 + 2 + 2\sqrt{2}) - 12 - 12\sqrt{2} - 7$ $= 4(3 + 2\sqrt{2}) - 12 - 12\sqrt{2} - 7$ $= 12 + 8\sqrt{2} - 12 - 12\sqrt{2} - 7$ $= -4\sqrt{2} - 7$	
	0,25		
	0,25		
	0,25		
	0,25		
	0,25		
	0,25		
0,25			

		التعويض الثالث
03	0,50	(1) إثبات أن $\widehat{STR} = 23^\circ$: في الدائرة (C) لدينا \widehat{SOR} زاوية مركزية و \widehat{STR} زاوية محيطية تحصران نفس القوس \widehat{SR} و منه $\widehat{STR} = \frac{1}{2}\widehat{SOR}$
	0,50	بالتعويض نجد: $\widehat{STR} = \frac{1}{2} \times 46^\circ$ إذن: $\widehat{STR} = 23^\circ$
	0,25	(2) تعليل أن المثلث SRT قائم في R : بما أن الدائرة (C) تحيط بالمثلث SRT و ضلعه $[ST]$ قطر لها فإن SRT قائم في R (حسب الخاصية العكسية للدائرة المحيطة بمثلث قائم).
	0,50	(3) حساب الطول RS بالتدوير إلى $0,01$: في المثلث SRT القائم في R لدينا: $\sin \widehat{T} = \frac{RS}{ST}$
	0,50	و منه: $RS = ST \times \sin \widehat{T}$ بالتعويض نجد: $RS = 9 \times \sin 23^\circ$ أي $RS \approx 3,516 \text{ cm}$
	0,25	إذن: مدور RS إلى $0,01$ هو $3,52 \text{ cm}$
		التعويض الرابع
02,5	0,50	(1) برهان أن المستقيمين (AB) و (CD) متوازيان: لدينا $\frac{OA}{OC} = \frac{12}{5} = 2,4$ و $\frac{OB}{OD} = \frac{18}{7,5} = 2,4$
	0,25	نستنتج أن: $\frac{OA}{OC} = \frac{OB}{OD}$
	0,50	و بما أن النقط A, O, C في استقامة و كذلك النقط B, O, D و بنفس الترتيب إذن المستقيمان (AB) و (CD) متوازيان (حسب عكس مبرهنة طالس).
	0,25	(2) حساب الطول AB : بتطبيق مبرهنة فيثاغورس على المثلث ABO القائم في O نجد: $AB^2 = OA^2 + OB^2$
	0,50	بالتعويض نجد: $AB^2 = 12^2 + 18^2$ ومنه: $AB^2 = 144 + 324 = 468$
	0,25	إذن: $AB = \sqrt{468} = 6\sqrt{13} \text{ cm}$

حل المسألة: I. إيجاد بعدي القطعة: بفرض طول القطعة هو x فإن عرضها هو $\frac{2}{5}x$.

وبما أن مساحتها 1000 m^2 فإن: $x \left(\frac{2}{5}x \right) = 1000$ وبالتالي: $\frac{2}{5}x^2 = 1000$

أي: $x^2 = 1000 \div \frac{2}{5} = 2500$ وعليه: $x^2 = 1000 \times \frac{5}{2} = 2500$

بما أن الطول موجب فإن: $x = \sqrt{2500} = 50$ ، $\frac{2}{5} \times 50 = 20$

وبالتالي طول القطعة هو 50 m و عرضها 20 m .

ملاحظة: يمكن حل هذا السؤال باستعمال جملة معادلتين.

II.1.أ) التعبير عن $f(x)$ و $g(x)$ بدلالة x :

$$f(x) = \frac{CM \times AD}{2} = \frac{20(50 - x)}{2} = 500 - 10x$$

$$g(x) = 400 + 10x \text{ أي } g(x) = (1000 - 100) - f(x) = 900 - (500 - 10x)$$

ملاحظة: يمكن التعبير عن $g(x)$ باستعمال قانون مساحة شبه منحرف.

ب) مساعدة عمي أحمد لإيجاد الطول DM حتى تكون لقطعتي الأرض نفس المساحة:

$$\text{لقطعتي الأرض نفس المساحة تعني: } f(x) = g(x) \text{ أي } 500 - 10x = 400 + 10x$$

$$\text{ومنه: } 500 - 400 = 10x + 10x \text{ أي } 100 = 20x \text{ ومنه: } x = 5$$

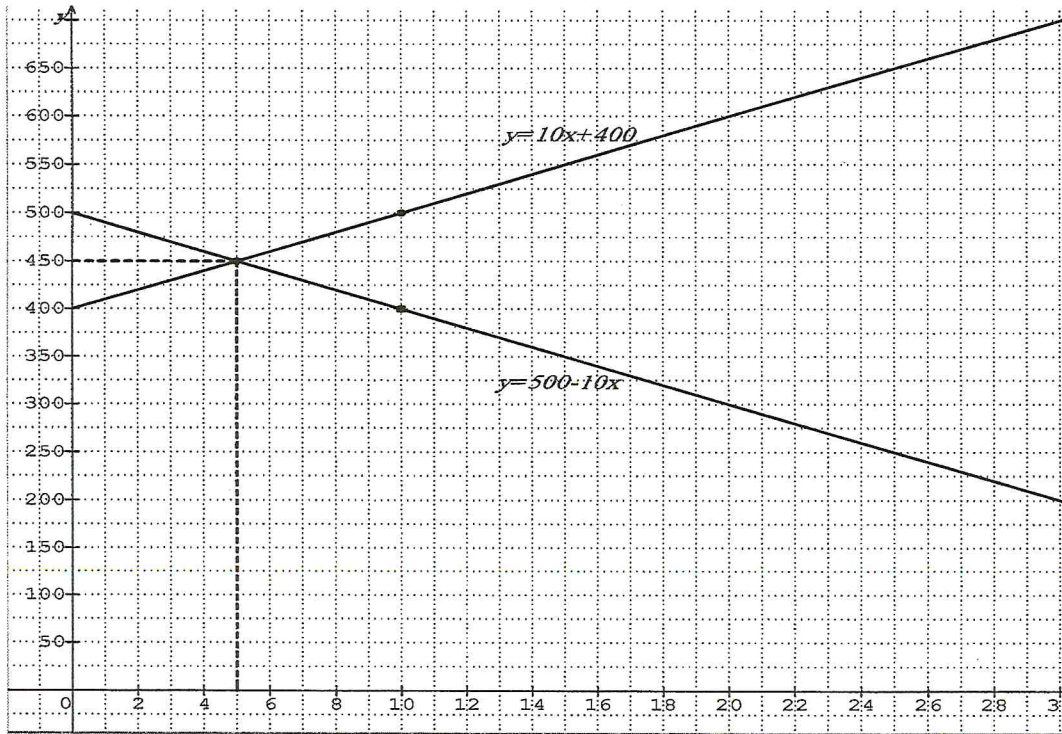
وبالتالي حتى تكون لقطعتي الأرض نفس المساحة يجب أن يكون: $DM = 5$

2-أ) لتمثيل الدالتين: $f(x) = -10x + 500$ ، $g(x) = 10x + 400$ بيانياً:

x	0	10
$g(x)$	400	500

x	0	10
$f(x)$	500	400

التمثيل البياني:



ب) التفسير البياني للمساعدة السابقة لعمي أحمد مع تحديد قيمة المساحة في هذه الحالة:

يكون لقطعتي الأرض نفس المساحة من أجل فاصلة نقطة تقاطع المنحنيين وهي 450 m^2

وتبلغ قيمة المساحة في هذه الحالة $DM = 5 \text{ m}$ أي: $x = 5$